

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ V ΦΥΣΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΩΣ ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΟΡΟΙ ΤΕΛΕΣΤΕΣ

ΜΕΡΟΣ I

ΠΡΑΞΕΙΣ

Ένας φυσικός αριθμός μπορεί να αναπαρασταθεί ως σύνθετος όρος ως εξής:

- Το μηδέν (0) αναπαρίσταται ως απλός όρος : 0
- Το ένα (1) αναπαρίσταται ως σύνθετος όρος : $s(0)$
- Το δύο (2) αναπαρίσταται ως σύνθετος όρος : $s(s(0))$ κ.λ.π

Το συναρτησιακό σύμβολο s εκφράζει την έννοια του «επόμενου αριθμού», δηλαδή το 1 είναι ο επόμενος αριθμός από το μηδέν, κ.ο.κ.

Το κατηγορημα `natural_number /1` επιτυγχάνει όταν το όρισμα του είναι φυσικός αριθμός.

`natural_number(0).`

`natural_number(s(X)):- natural_number(X).`

Ορισμός της πρόσθεσης φυσικών αριθμών

Το κατηγορημα `plus1/3` προσθέτει δύο φυσικούς αριθμούς, οι οποίοι είναι το πρώτο και το δεύτερο όρισμα και δίνει το άθροισμα τους στο τρίτο όρισμα.

`plus1(0,X,X).`

`plus1(s(X),Y,s(Z)) :- plus1(X,Y,Z).`

- Γίνεται χρήση του ουδέτερου στοιχείου της πρόσθεσης: `plus1(0,X,X).`

Στην Prolog δε καθορίζεται ποια από τα ορίσματα ενός κατηγορήματος είναι είσοδος και ποια έξοδος, οπότε το κατηγορημα `plus1/3` υπολογίζει και το άθροισμα δύο φυσικών αριθμών και τη διαφορά τους. Επίσης μας επιστρέφει όλα τα ζεύγη φυσικών αριθμών που αν προστεθούν μπορούν να μας δώσουν φυσικό αριθμό.

Λειτουργία του παραπάνω κανόνα:

Μειώνει το X από $s(X) \rightarrow X$ μέχρι να μηδενιστεί οπότε γίνεται η ταυτοποίηση με τον πρώτο κανόνα και γίνεται ο τρίτος όρος (άθροισμα) ίσος με τον δεύτερο όρο. Στη συνέχεια, στην επιστροφή της αναδρομής αυξάνει το Z (άθροισμα) από $Z \rightarrow s(Z)$ όσες φορές μειώθηκε το X .

Ορισμός του πολλαπλασιασμού φυσικών αριθμών

Το κατηγορημα `times1/3` πολλαπλασιάζει δύο φυσικούς αριθμούς οι οποίοι βρίσκονται στο πρώτο και στο δεύτερο όρισμα και δίνει το γινόμενό τους στο τρίτο όρισμα.

`times1(0,Y,0).`

`times1(s(X),Y,Z1):- times1(X,Y,Z), plus1(Z,Y,Z1).`

Ο παραπάνω κανόνας χρησιμοποιεί δύο βασικές ιδιότητες του πολλαπλασιασμού,

A) $0 * X = 0$ (το μηδέν είναι το απορροφητικό στοιχείο του πολλαπλασιασμού)

B) $(X+1) * Y = X * Y + Y$ (επιμεριστική ιδιότητα)

Ύψωση σε δύναμη ενός φυσικού αριθμού

Το κατηγορημα `power/3` (ύψωση σε δύναμη). Το πρώτο όρισμα είναι η βάση, το δεύτερο όρισμα είναι ο εκθέτης και το τρίτο όρισμα είναι το αποτέλεσμα.

`power(X,0,s(0)).`

`power(X,s(Y),Z):-power(X,Y,K),times1(K,X,Z).`

Λειτουργία του παραπάνω κανόνα:

Η τερματική συνθήκη $X^0=1$ είναι η ύψωση ενός αριθμού στη μηδενική, που ισούται με μονάδα. Ο δεύτερος κανόνας με την αναδρομή λειτουργεί όπως το ακόλουθο παράδειγμα:

$$3^5 = 3 * 3 * 3 * 3 * 3 = 3 * 3^4$$

(Το πρόγραμμα `exercise5.pl` μπορείτε να το βρείτε έτοιμο στην εξής διαδρομή: http://iiwm.teikav.edu.gr/digital_lessons/ στο μάθημα Λογική και Λογικός Προγραμματισμός – Ενότητα 5)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Πραγματοποιείτε την ερώτηση: `natural_number(N)`. Τι παρατηρείτε να εμφανίζει ως αποτέλεσμα και για ποιο λόγο; (χρησιμοποιείτε την εντολή `trace` για να κατανοήσετε το μηχανισμό αναζήτησης και εμφάνισης των αποτελεσμάτων).
2. Να επαναλάβετε το προηγούμενο και για την ερώτηση: `plus1(X,Y,s(s(s(s(s(0))))))`.
3. Διατυπώστε την ερώτηση που θα δώσει ως απάντηση το άθροισμα των $s(0)$ και $s(s(0))$. Πόσες κλήσεις του κατηγορήματος `plus1/3` χρειάστηκε η PROLOG για να δώσει την απάντηση στο ερώτημά σας;
Υπόδειξη: χρησιμοποιείτε την `trace`.
4. Διατυπώστε την ερώτηση που θα δώσει ως απάντηση το γινόμενο των $s(s(0))$ και $s(s(s(0)))$;

5. Το κατηγορήμα που δίνει την ύψωση σε δύναμη είναι το εξής:
`power(X,0,s(0)).`
`power(X,s(Y),Z):-power(X,Y,K), times(K,X,Z).`
Να κατανοήσετε και να επαληθεύσετε τη σωστή λειτουργία του παραπάνω κατηγορήματος, διατυπώνοντας ερωτήσεις για την εύρεση της ύψωσης σε δύναμη: α) 2^3 και β) 3^2 (κάνοντας αναπαράσταση των φυσικών αριθμών ως σύνθετων όρων). Πόσες κλήσεις του κατηγορήματος `power/3` χρειάστηκαν οι παραπάνω δύο ερωτήσεις για την εύρεση της απάντησης;
[Υπόδειξη: Χρησιμοποιείτε την εντολή `trace`]
6. Χρησιμοποιώντας την αναπαράσταση των φυσικών αριθμών ως σύνθετων όρων, να ορίσετε το κατηγορήμα `einai_zygos(X)`, το οποίο επιτυγχάνει όταν το `X` είναι ζυγός αριθμός.
7. Χρησιμοποιώντας την αναπαράσταση των φυσικών αριθμών ως σύνθετων όρων, να ορίσετε το κατηγορήμα `einai_perittos(X)`, το οποίο επιτυγχάνει όταν το `X` είναι μονός αριθμός.